

Übungsaufgaben – Blatt 4

Zürich, 12. Oktober 2018

Aufgabe 10

- (a) Verwenden Sie eine direkte Argumentation über den Automaten (unter Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch), um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \text{ und } j > i + 2k\}$$

nicht regulär ist.

- (b) Verwenden Sie das Pumping-Lemma, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_2 = \{wabw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

nicht regulär ist. Dabei bezeichnet w^R die Umkehrung (Reversal) von w .

10 Punkte

Aufgabe 11

- (a) Verwenden Sie die Methode der Kolmogorov-Komplexität, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_3 = \{0^{n^2 \cdot 2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

nicht regulär ist.

- (b) Verwenden Sie eine beliebige der in der Vorlesung vorgestellten Methoden, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_4 = \{u\#v\#w \mid u, v, w \in \{0, 1\}^+ \text{ und } \text{Nummer}(u) \cdot \text{Nummer}(v) = \text{Nummer}(w)\}$$

über dem Alphabet $\{0, 1, \#\}$ nicht regulär ist.

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 12

- (a) Verwenden Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_5 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \neq |w|_1\}$$

nicht regulär ist.

- (b) Das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen wurde in der Vorlesung wie folgt formuliert: Für jede reguläre Sprache L über einem Alphabet Σ existiert eine Konstante $n_0 \in \mathbb{N}$, so dass sich jedes Wort $w \in \Sigma^*$ mit $|w| \geq n_0$ in drei Teile y , x und z zerlegen lässt, so dass

(i) $|yx| \leq n_0$,

(ii) $|x| \geq 1$ und

(iii) entweder $\{yx^kz \mid k \in \mathbb{N}\} \subseteq L$ oder $\{yx^kz \mid k \in \mathbb{N}\} \cap L = \emptyset$.

In der Literatur findet man oft abgeschwächte Versionen des Pumping-Lemmas, die nicht alle Wörter $w \in \Sigma^*$ mit $|w| \geq n_0$, sondern nur die Wörter $w \in L$ mit $|w| \geq n_0$ betrachten, und die statt (i) bzw. (iii) die Bedingungen

(i') $|x| \leq n_0$

oder

(iii') $\{yx^kz \mid k \in \mathbb{N}\} \subseteq L$

verwenden.

Zeigen Sie, dass es eine nichtreguläre Sprache L gibt, die die Bedingungen (i'), (ii) und (iii') des abgeschwächten Pumping-Lemmas erfüllt. Für eine solche Sprache kann man also das abgeschwächte Pumping-Lemma nicht direkt verwenden, um die Nichtregularität zu zeigen.

- (c) **Bonusaufgabe.** Zeigen Sie, dass es auch eine nichtreguläre Sprache L' gibt, die die Bedingungen (i), (ii) und (iii') eines etwas weniger abgeschwächten Pumping-Lemmas erfüllt.

10 Punkte + 10 Bonuspunkte

Abgabe: Am 19. Oktober nach der Vorlesung im Raum HG G 5 oder bis 10:15 Uhr in die Sammelkästen im Raum CAB F 17.1.