ETH zürich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Dr. Hans-Joachim Böckenhauer
`http://www.ita.inf.ethz.ch/theoInf18`

Übungsaufgaben – Blatt 5

Zürich, 19. Oktober 2018

Aufgabe 13

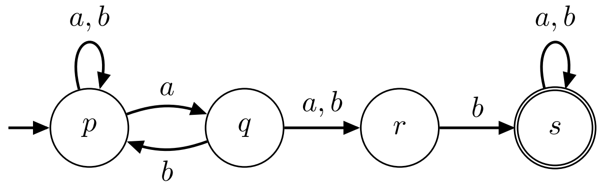
Entwerfen Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten für die Sprache

$$\begin{aligned} L = \{x \in \{0,1\}^* \mid\ & |x|_0 \bmod 4 = 2 \\ & \text{oder } x = 00y1 \text{ für } y \in \{0,1\}^+ \\ & \text{oder } |x| = 2\}\ . \end{aligned}$$

Geben Sie Ihren entworfenen Automaten in Diagrammdarstellung an und erläutern Sie die Idee Ihres Entwurfs. **10 Punkte**

Aufgabe 14

Verwenden Sie die Potenzmengenkonstruktion, um den folgenden nichtdeterministischen endlichen Automaten in einen äquivalenten deterministischen Automaten umzuwandeln.



Geben Sie den von Ihnen konstruierten Automaten in Diagrammdarstellung an. Dabei können Sie alle nicht erreichbaren Zustände weglassen. **10 Punkte**

Aufgabe 15

Zeigen Sie, dass jeder (deterministische) endliche Automat, der die Sprache

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_b \bmod 3 = 2 \text{ und } w \text{ beginnt mit } aa\}$$

akzeptiert, mindestens 6 Zustände benötigt.

Hinweis: Der Beweis von Lemma 3.6 im Buch und die daran anschliessende Diskussion liefern eine mögliche Beweismethode hierfür. **10 Punkte**

(bitte wenden)

Bonus-Aufgabe 16

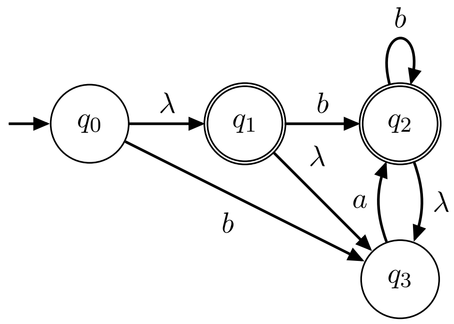
(a) Ein λ-NEA ist ein nichtdeterministischer Automat, bei dem wir auch Transitionen mit dem leeren Wort λ zulassen. Ein λ-NEA kann also entlang einer λ-Transition seinen Zustand wechseln, ohne dabei ein Symbol der Eingabe zu lesen. Formal ist ein λ-NEA M ein Quintupel $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, wobei Q, Σ, q_0 und F wie bei einem NEA definiert sind, und

$$\delta \colon Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \to \mathcal{P}(Q)$$

die Übergangsfunktion ist.

Geben Sie ein Verfahren an, mit dem man jeden beliebigen λ-NEA in einen äquivalenten NEA umwandeln kann, und begründen Sie die Korrektheit Ihres Verfahrens.

(b) Wenden Sie Ihr Verfahren auf den folgenden λ-NEA an, um einen äquivalenten NEA zu erhalten.



(c) Seien Σ_1 und Σ_2 zwei Alphabete. Ein *Homomorphismus* von Σ_1^* nach Σ_2^* ist eine Abbildung $h \colon \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$, für die gilt, dass

(i) $h(\lambda) = \lambda$ und

(ii) $h(uv) = h(u) \cdot h(v)$ für alle $u, v \in \Sigma_1^*$.

Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma_1^*$ ist $h(L)$ definiert als

$$h(L) = \{w \in \Sigma_2^* \mid \text{ es gibt } x \in L \text{ mit } h(x) = w\}.$$

Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter Homomorphismen abgeschlossen ist, dass also für jeden Homomorphismus h und jede reguläre Sprache L gilt, dass $h(L)$ ebenfalls regulär ist.

10 Bonuspunkte

Abgabe: Am 26. Oktober nach der Vorlesung im Raum HG G 5 oder bis 10:15 Uhr in die Sammelkästen im Raum CAB F 17.1.