

## Übungsaufgaben – Blatt 6

Zürich, 26. Oktober 2018

### Aufgabe 17

Zeigen Sie, dass  $|[0, 1]| = |\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}^*)|$  gilt. Dabei bezeichne  $\mathcal{P}$  die Potenzmenge.

**10 Punkte**

### Aufgabe 18

Wir bezeichnen mit  $w_i$  das  $i$ -te Wort über  $\Sigma_{\text{bool}}$  in kanonischer Ordnung und mit  $M_i$  die  $i$ -te TM in kanonischer Ordnung. Wir betrachten die Sprachen

$$L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_{i^2} \text{ für ein } i \in \mathbb{N} \text{ und } M_i \text{ akzeptiert } w \text{ nicht}\}$$

und

$$L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_i \text{ für ein } i \in \mathbb{N} \text{ und } M_{i^2} \text{ akzeptiert } w \text{ nicht}\}.$$

Beweisen Sie für eine der beiden Sprachen  $L_1$  und  $L_2$ , dass sie nicht rekursiv aufzählbar ist, und erläutern Sie, warum man für die andere Sprache keinen analogen Beweis führen kann.

**10 Punkte**

### Aufgabe 19

Ein Frosch hüpfte auf der Integer-Zahlengeraden entlang. Er startet am Punkt  $u \in \mathbb{Z}$  und hüpfte jede Nacht die gleiche Distanz  $s \in \mathbb{Z} - \{0\}$  in die gleiche Richtung (negative Distanzen bedeuten Hüpfen nach links), tagsüber verbleibt er auf der erreichten Zahl und schläft.

Sie wollen den Frosch fangen, kennen aber weder Richtung noch Geschwindigkeit des Frosches, auch die Zahl, bei der er am ersten Abend beginnt, ist Ihnen unbekannt. Sie können sich dazu nicht einfach irgendwohin stellen und warten, bis der Frosch vorbeikommt – schliesslich können Sie ihn nachts nicht sehen, ausserdem könnte er ja auch in die andere Richtung hüpfen und nie bei Ihnen vorbeikommen. Stattdessen müssen Sie sich jeden Tag für eine Zahl entscheiden und können dann nachsehen, ob sich der Frosch dort befindet. Falls er dort schläft, können Sie ihn einfach fangen.

Mit welcher Strategie können Sie die besuchten Zahlen wählen, um den Frosch mit Sicherheit nach endlicher Zeit zu fangen?

**10 Punkte**

**Abgabe:** Am 2. November nach der Vorlesung im Raum HG G 5 oder bis 10:15 Uhr in die Sammelkästen im Raum CAB F 17.1.