

## Übungsaufgaben – Blatt 10

Zürich, 23. November 2018

### Aufgabe 28

- (a) Sei  $M$  eine nichtdeterministische MTM mit  $\text{Time}_M(n) \in O(n^2)$ , die für jede Berechnung auf einem Wort der Länge  $n$  mit  $O(n)$  Platz auskommt. Zeigen Sie, dass dann  $L(M) \in \text{SPACE}(n \log n)$  gilt.
- (b) Sei  $f$  eine platzkonstruierbare Funktion und sei  $k \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie entweder, dass
- $$\text{NSPACE}(f(n)) \cap \text{NTIME}(f(n)^k) \subseteq \text{SPACE}(f(n) \log(f(n)))$$
- gilt, oder erklären Sie, worin das Problem besteht, diese Aussage zu zeigen.

**10 Punkte**

### Aufgabe 29

- (a) Sei E3SAT die Menge aller KNF-Formeln mit genau drei Literalen paarweise unterschiedlicher Variablen pro Klausel, die eine erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie  $3\text{SAT} \leq_p \text{E3SAT}$ .
- (b) Wir betrachten die Sprachen

$$\text{LARGE-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der eine } k\text{-Clique der Grösse } k \geq |V|/3 \text{ enthält}\}$$

und

$$\text{VERY-LARGE-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der eine } k\text{-Clique der Grösse } k \geq |V| - 3 \text{ enthält}\}.$$

Zeigen Sie für jede der beiden Sprachen entweder, dass sie NP-vollständig ist oder dass sie in P liegt.

**10 Punkte**

(bitte wenden)

## Aufgabe 30

- (a) Sei  $X$  eine Menge und sei  $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{P}(X)$  mit  $\bigcup_{S \in \mathcal{S}} S = X$ . Eine Teilmenge  $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{S}$  ist eine Mengenüberdeckung (ein *Set-Cover*) von  $X$ , falls  $X = \bigcup_{S \in \mathcal{C}} S$ . Das Set-Cover-Problem (SCP) ist definiert als

$$\text{SCP} = \{(X, \mathcal{S}, k) \mid X \text{ hat ein Set-Cover } \mathcal{C} \subseteq \mathcal{S} \text{ mit } |\mathcal{C}| \leq k\} .$$

Zeigen Sie  $\text{VC} \leq_p \text{SCP}$ .

- (b) Ein *Dominating-Set* eines Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Menge  $D \subseteq V$ , so dass für jeden Knoten  $v \in V$  gilt, dass  $v \in D$  oder ein  $w \in D$  existiert mit  $\{v, w\} \in E$ . Das Dominating-Set-Problem (DS) ist definiert als

$$\text{DS} = \{(G, k) \mid G \text{ hat ein Dominating-Set } D \text{ mit } |D| \leq k\} .$$

Zeigen Sie  $\text{SCP} \leq_p \text{DS}$ .

**10 Punkte**

**Abgabe:** Am 30. November nach der Vorlesung im Raum HG G 5 oder bis 10:15 Uhr in die Sammelkästen im Raum CAB F 17.1.